Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής

Ημερομηνία: 05/02/2021

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ**
Εισηγητές: Δρ. Μαυρατζάς Στυλιανός

# Τ Ε Λ Ι Κ Η Ε Ξ Ε Τ Α Σ Η

**ΘΕΜΑΤΑ**

**Ονοματεπώνυμο :** .....
**Α.Μ. /Εξάμηνο:** .....

## Θέμα 1ο : ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ (2 μονάδες)

Α) Να βρείτε τους μιγαδικούς αριθμούς $z$ για τους οποίους ισχύει

ι) $z-3=2\bar{z}+1$ ιι) $z+2\bar{z}=3i$

Β) Δίνονται οι αριθμοί $z_1=\dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$, $z_2=\dfrac{5+11\sqrt{3}i}{7-4\sqrt{3}i}$. Να γραφούν στην τριγωνομετρική μορφή.

## Θέμα 2ο : ΑΚΡΟΤΑΤΑ (2 μονάδες)

Να βρείτε τα ακρότατα της $z=f(\mathrm{x},\mathrm{y})=2\mathrm{x}-\mathrm{x}^2-y^2-4y-4$.

## Θέμα 3ο : ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ (2 μονάδες)

Να υπολογισετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις παραβολές $y^2=x$, $x^2=y$.

## Θέμα 4ο : ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ (2 μονάδες)

Να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού που περικλείεται από τους κυλίνδρους $x^2+y^2=1$ και $x^2+z^2=1$. Να ορίσετε $f_1(\mathrm{x},\mathrm{y})=\sqrt{1-x^2}$ και $f_2(\mathrm{x},\mathrm{y})=-\sqrt{1-x^2}$ και τόπο $D=\{(\mathrm{x},\mathrm{y})\in\mathbb{R}^2\,|\,-1\le \mathrm{x}\le 1,-\sqrt{1-x^2}\le \mathrm{y}\le\sqrt{1-x^2}\}$.

## Θέμα 5ο : ΤΡΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ (2 μονάδες)

Έχοντας ως οδηγό την επίλυση του όγκου που περικλείεται από την σφαίρα $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2=1$ και τον κώνο $z=\sqrt{x^2+y^2}$. Και λαμβάνοντας υπόψη ότι η εξίσωση $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2=\mathrm{z}^2$ ή $(\dfrac{\mathrm{x}^2}{\alpha^2}+\dfrac{\mathrm{y}^2}{\beta^2}=\dfrac{\mathrm{z}^2}{\gamma^2})$ παριστάνει έναν κώνο. Να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού που περικλείεται από τις σφαίρες $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2=1$, $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2=16$ και την επάνω χώνη του κώνου $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2=\mathrm{z}^2$ .(Κάντε χρήση του μετασχηματισμού καρτεσιανών σε σφαιρικές συντεταγμένες)

**Για όλα τα θέματα να απαντήσετε πάνω στο Word ψηφιακά (χρήση πληκτρολογίου), κάτω από τα θέματα ή και μέσα στα πλαίσια και να δημιουργήσετε όσες σελίδες χρειάζεστε επιπλέον.. Θα στείλετε ηλεκτρονικά το αρχείο word σε format (97 - 2003) μέσα σε φάκελο με το ονοματεπώνυμο και τον ΑΕΜ σας σε ζιπαρισμένη μορφή (zip, rar) στο EClass : Μαθηματική Ανάλυση ΙΙ / Εργασίες / Εξετάσεις_05-02-2021_Μαυρατζάς_Στέλιος ή αν υπάρχει πρόβλημα στο email st_mavratzas@hotmail.com , με θέμα το ονοματεπώνυμο και τον ΑΕΜ σας. Ανώνυμα email ή θέματα δεν βαθμολογούνται!**

**Λύστε και τα 5 θέματα!**