



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ



ΤΜΗΜΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ
ΚΑΙ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ



ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

MBA με κατεύθυνση Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης
(MBA in Management Information Systems)

Τηλ.: 2462061614, e-mail: mba-gre@uowm.gr

Μάθημα: Στατιστική των Επιχειρήσεων

Διδάσκων: Καθηγητής Γιώργος Κοντέος

gkonteos@uowm.gr

1. Στατιστικά μέτρα

1. Στατιστικά μέτρα

Τα στατιστικά μέτρα είναι αριθμητικά μεγέθη που **συνοψίζουν τις πληροφορίες** που περιέχονται σε ένα σύνολο δεδομένων (δείγμα ή πληθυσμό), επιτρέποντας την κατανόηση και την περιγραφή των χαρακτηριστικών τους. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι:

- Τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα για τον **πληθυσμό** ονομάζονται **παράμετροι** (π.χ. μέσος πληθυσμού, διακύμανση πληθυσμού).
- Τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα για το **δείγμα** ονομάζονται **στατιστικά** (π.χ. δειγματικός μέσος, δειγματική διακύμανση).

Διακρίνονται σε βασικές κατηγορίες:

1. Μέτρα Κεντρικής Τάσης (Θέσης)

Τα μέτρα αυτά περιγράφουν το "κέντρο" ή τη συνήθη τιμή γύρω από την οποία συσσωρεύονται τα δεδομένα.

- **Μέσος Όρος (Μέση Τιμή):** Το άθροισμα όλων των παρατηρήσεων διαιρούμενο με το πλήθος τους. Είναι το πιο συχνά χρησιμοποιούμενο μέτρο, αλλά επηρεάζεται από ακραίες τιμές. Ορίζεται ως:

- $\mu = \frac{\sum x_i}{N}$ για τον πληθυσμό
- $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ για το δείγμα

- **Διάμεσος (M_d):** Η μεσαία τιμή όταν τα δεδομένα είναι διατεταγμένα κατά μέγεθος, σε αύξουσα ή φθίνουσα σειρά. Αν ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι άρτιος, είναι ο μέσος όρος των δύο μεσαίων τιμών. Χωρίζει το σύνολο των δεδομένων σε δύο ίσα μέρη και δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές.
- **Επικρατούσα Τιμή (M_o):** Η τιμή που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα στο σύνολο των δεδομένων. Μπορεί να υπάρχει μία, καμία ή πολλές.

2. Μέτρα Διασποράς (Μεταβλητότητας)

Τα μέτρα διασποράς εκφράζουν το πόσο απλωμένες ή συγκεντρωμένες είναι οι τιμές μιας μεταβλητής γύρω από τα μέτρα κεντρικής τάσης, συνήθως γύρω από το μέσο όρο.

- **Εύρος (R):** Η διαφορά μεταξύ της μεγαλύτερης και της μικρότερης τιμής. Είναι το απλούστερο μέτρο διασποράς. $R = x_{\max} - x_{\min}$
- **Διακύμανση:** Βασίζεται στις **αποκλίσεις** των τιμών από το μέσο όρο και υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τετραγώνων των αποκλίσεων των τιμών από τη μέση τιμή. Δείχνει επομένως πόσο απέχουν τα δεδομένα από τον μέσο όρο. Οι σχετικοί τύποι είναι:
 - Για πληθυσμό: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$
 - Για δείγμα: $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
- **Τυπική Απόκλιση:** Η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης. Είναι το πιο συνηθισμένο μέτρο διασποράς, καθώς έχει τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τα αρχικά δεδομένα, κάνοντας την ερμηνεία ευκολότερη. Οι τύποι είναι:
 - Για πληθυσμό: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
 - Για δείγμα: $s = \sqrt{s^2}$
- **Ενδοτεταρτημοριακό Εύρος (IQR):** Τα τεταρτημόρια είναι τμήματα της κατανομής των δεδομένων ως εξής:
 - Q_1 : πρώτο τεταρτημόριο (25% των δεδομένων).
 - Q_2 : δεύτερο τεταρτημόριο, η διάμεσος (50%).
 - Q_3 : τρίτο τεταρτημόριο (75%).

Η διαφορά μεταξύ του τρίτου και του πρώτου τεταρτημορίου περιγράφει τη διασπορά του μεσαίου 50% των δεδομένων και ονομάζεται ενδοτεταρτημοριακό εύρος. $IQR = Q_3 - Q_1$ Είναι χρήσιμο μέτρο για να συγκρίνουμε διαφορετικά σύνολα δεδομένων.

3. Ακραίες Τιμές

Οι ακραίες τιμές επηρεάζουν μέτρα όπως ο μέσος όρος, η διακύμανση κλπ. Μια τιμή είναι ακραία αν $x < Q_1 - 1,5 \cdot IQR$ ή $x > Q_3 + 1,5 \cdot IQR$

4. Μέτρα Μορφής

Περιγράφουν το σχήμα της κατανομής:

- **Συντελεστής Ασυμμετρίας (Skewness):** Δείχνουν αν η κατανομή των δεδομένων είναι συμμετρική ή αν έχει "ουρά" προς τα αριστερά ή τα δεξιά.

- **Συντελεστής Κύρτωσης (Kurtosis):** Περιγράφει το "ύψος" ή την "αιχμηρότητα" της κατανομής σε σχέση με την κανονική κατανομή.

Άσκηση 1: Υπολογισμός Μέτρων Θέσης και Διασποράς

Μας δίνονται οι βαθμοί 7 φοιτητών σε ένα μάθημα (από 0 έως 10):

$$X = \{6, 8, 5, 9, 7, 6, 4\}$$

1. Υπολογίστε τον **αριθμητικό μέσο** ($\bar{x}$).
2. Υπολογίστε τη **διάμεσο** (M_d).
3. Υπολογίστε την **επικρατούσα τιμή** (M_o).
4. Υπολογίστε το **εύρος** (R).
5. Υπολογίστε τη **διακύμανση** (s^2) και την **τυπική απόκλιση** (s).

Λύση

Πρώτα, ταξινομούμε τα δεδομένα σε αύξουσα σειρά:

$$X = \{4, 5, 6, 6, 7, 8, 9\}$$

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι $n = 7$.

1. Αριθμητικός μέσος ($\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{4 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 9}{7} = \frac{45}{7} \cong 6,43$$

2. Διάμεσος (M_d): Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι $n = 7$, δηλαδή είναι περιττός, οπότε η διάμεσος βρίσκεται στην 4^η θέση. Η 4^η τιμή στα ταξινομημένα δεδομένα είναι το 6. Επομένως $M_d = 6$

3. Επικρατούσα τιμή (M_o): Η τιμή που εμφανίζεται πιο συχνά είναι το 6 (εμφανίζεται 2 φορές). Επομένως $M_o = 6$

4. Εύρος (R): $R = x_{\max} - x_{\min} = 9 - 4 = 5$. Επομένως $R = 5$

5. Διακύμανση (s^2) και Τυπική Απόκλιση (s): Χρησιμοποιούμε τον τύπο της δειγματικής διακύμανσης: $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$. Θα χρησιμοποιήσουμε $\bar{x} = 6,43$.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
4	$4 - 6,43 = -2,43$	$(-2,43)^2 = 5,90$
5	$5 - 6,43 = -1,43$	$(-1,43)^2 = 2,04$
6	$6 - 6,43 = -0,43$	$(-0,43)^2 = 0,18$
6	$6 - 6,43 = -0,43$	$(-0,43)^2 = 0,18$
7	$7 - 6,43 = 0,57$	$(0,57)^2 = 0,32$
8	$8 - 6,43 = 1,57$	$(1,57)^2 = 2,46$
9	$9 - 6,43 = 2,57$	$(2,57)^2 = 6,60$
Σύνολο	$\sum x_i - \bar{x} = 0$	$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 17,68$

Διακύμανση: $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{17,68}{7-1} = \frac{17,68}{6} = 2,95$

Τυπική Απόκλιση: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2,95} = 1,72$

Άσκηση 2: Υπολογισμός Διαμέσου (για άρτιο πλήθος)

Μας δίνονται οι ηλικίες 6 ατόμων: $X = \{25, 30, 22, 45, 33, 28\}$. Υπολογίστε τη **διάμεσο (M_d)**.

Λύση

Ταξινομούμε τα δεδομένα σε αύξουσα σειρά: $X = \{22, 25, 28, 30, 33, 45\}$. Το πλήθος των δεδομένων είναι $n = 6$ (άρτιο). Οι δύο μεσαίες τιμές βρίσκονται στις θέσεις $\frac{6}{2} = 3$ η θέση και $\frac{6}{2} + 1 = 4$ η θέση. Επομένως, η διάμεσος είναι ο μέσος όρος της 3ης (28) και της 4ης (30) τιμής:

$$M_d = \frac{28 + 30}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

Παρατηρούμε ότι η διάμεσος δεν είναι στοιχείο των παρατηρήσεων.

Άσκηση 3. Περιγραφικά μέτρα (πωλήσεις ανά μήνα)

Δίνονται οι πωλήσεις ανά μήνα για ένα εμπορικό κατάστημα σε χιλιάδες €: 120, 130, 115, 140, 150, 135, 125, 160, 110, 145. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, την επικρατούσα τιμή, το εύρος, τη δειγματική διακύμανση και τη δειγματική τυπική απόκλιση.

Λύση

Το πλήθος των δεδομένων είναι $n = 10$.

Η **μέση τιμή** είναι:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{120 + 130 + 115 + 140 + 150 + 135 + 125 + 160 + 110 + 145}{10} = \\ &= \frac{1330}{10} = 133\end{aligned}$$

Ταξινομούμε τα δεδομένα σε αύξουσα σειρά:

110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 160

Οι μεσαίες τιμές είναι 130 στην 5^η θέση και 135 στην 6^η θέση. Επομένως η **διάμεσος** είναι:

$$M_d = \frac{130 + 135}{2} = \frac{265}{2} = 132,5$$

Δεν υπάρχει **επικρατούσα τιμή**, καθώς όλες οι τιμές εμφανίζονται μόνο μία φορά.

Το **εύρος** είναι: $R = x_{\max} - x_{\min} = 160 - 110 = 50$.

Για τη **δειγματική διακύμανση** (s^2) υπολογίζουμε τα τετράγωνα αποκλίσεων από το μέσο:

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
110	$110 - 133 = -23$	$(-23)^2 = 529$
115	-18	324
120	-13	169
125	-8	64
130	-3	9

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
135	2	4
140	7	49
145	12	144
150	17	289
160	27	729
Σύνολο	$\sum x_i - \bar{x} = 0$	$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2.310$

Δειγματική διακύμανση:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{2.310}{10 - 1} = \frac{2.310}{9} \cong 265,67$$

Τυπική απόκλιση:

$$s = \sqrt{265,67} \cong 16,02$$